PART3　ベクトルの終点の存在範囲

3　△OAB に対し，$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ とする。実数 s，t が次の条件を満たすとき，点 P の存在範囲を求めよ。

(1)　$\dfrac{s}{2}+\dfrac{t}{3}=1$

(2)　$0\leqq s\leqq 1$，$0\leqq t\leqq 1$，$1\leqq s+t\leqq 2$

Point Pickup

△OAB において，$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ で表される点 P の存在範囲は以下

$s+t=1$ … 直線 AB

$s+t=1$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$ … 線分 AB

$0\leqq s+t\leqq 1$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$ … △OAB の周および内部

$0\leqq s\leqq 1$，$0\leqq t\leqq 1$ … $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$ とすると，平行四辺形 OACB の周および内部

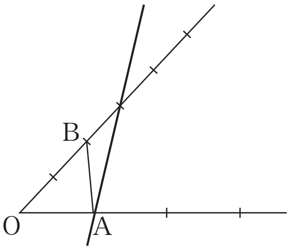
第11講　PART3　確認問題

△OAB に対し，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。実数 s，t が次の条件を満たすとき，点 P の存在範囲を求めよ。

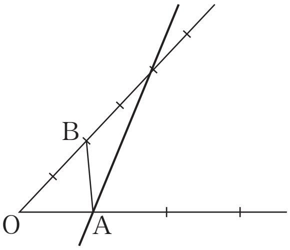
1　$s+2t=3$

［ア］の太線部分

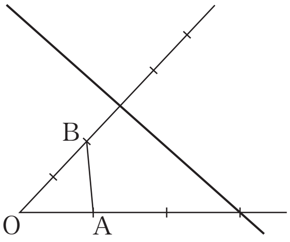
①



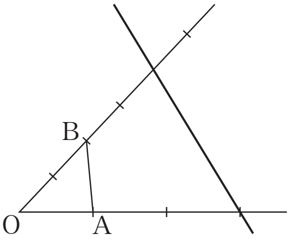
②



③

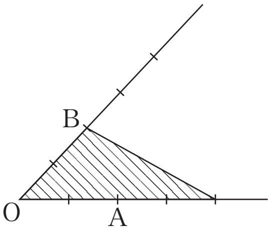


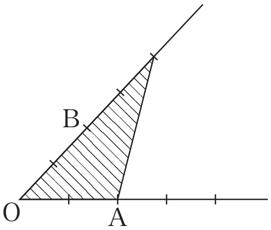
④

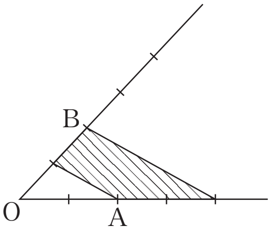


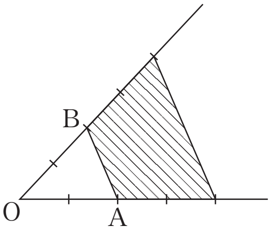
2 $s \geqq 0$，$t \geqq 0$，$1 \leqq 2s+t \leqq 2$

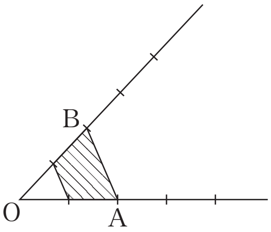
イ の斜線部分の周および内部

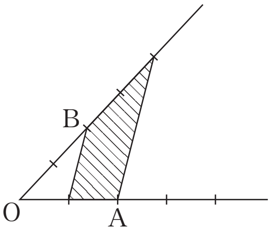
①


②


③


④


⑤


⑥


【MEMO】

PART3　ベクトルの終点の存在範囲

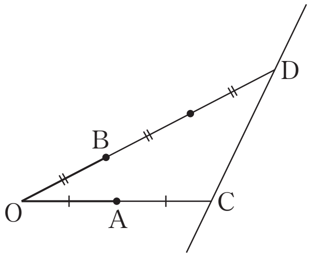
3　△OAB に対し，$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$ とする。実数 s，t が次の条件を満たすとき，点 P の存在範囲を求めよ。

(1)　$\dfrac{s}{2}+\dfrac{t}{3}=1$　　　　(2)　$0\leqq s\leqq 1$，$0\leqq t\leqq 1$，$1\leqq s+t\leqq 2$

(1)　$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=\dfrac{s}{2}(2\overrightarrow{OA})+\dfrac{t}{3}(3\overrightarrow{OB})$

よって，$2\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$，$3\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$ とすると

点 P の存在範囲は直線 CD



(2)　$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$ とすると，$0\leqq s\leqq 1$，$0\leqq t\leqq 1$ より，点 P の存在範囲は平行四辺形 OACB の周および内部に限られる。

$s+t=k$ とおくと，$1\leqq k\leqq 2$

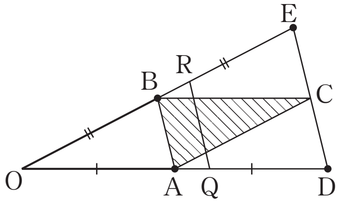
このとき　$\dfrac{s}{k}+\dfrac{t}{k}=1$，$\dfrac{s}{k}\geqq 0$，$\dfrac{t}{k}\geqq 0$

$$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=\frac{s}{k}(k\overrightarrow{OA})+\frac{t}{k}(k\overrightarrow{OB})$$

$k\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OQ}$，$k\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OR}$ とし，k を固定すると，点 P の存在範囲は，辺 AB に平行な線分 QR である。

ここで，$2\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OD}$，$2\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OE}$ とし，k を $1\leqq k\leqq 2$ の範囲で変化させると，

点 P の存在範囲は △ABC の周および内部



第11講　PART3　確認問題 解答

1　**[正解]** ア：③

[解説]

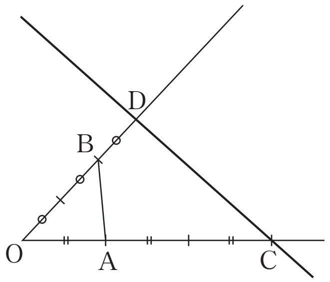
$s+2t=3$ より　$\dfrac{s}{3}+\dfrac{2}{3}t=1$

$$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$$

$$=\frac{s}{3}(3\overrightarrow{OA})+\frac{2}{3}t\left(\frac{3}{2}\overrightarrow{OB}\right)$$ [A]

よって，$3\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$，$\dfrac{3}{2}\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$ とすると，

点 P の存在範囲は　**直線 CD**



[A]　△OAB において，
$\overrightarrow{OP}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$
で表される点 P の存在範囲は以下
$s+t=1$ …直線 AB
$s+t=1$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$
…線分 AB
$0\leqq s+t\leqq 1$，$s\geqq 0$，$t\geqq 0$
…△OAB の周および内部
$0\leqq s\leqq 1$，$0\leqq t\leqq 1$
…$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$ とすると，平行四辺形 OACB の周および内部

2 [正解] イ：⑥

[解説]

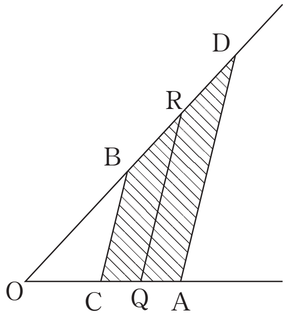
$2s+t=k$ とおくと　$1\leqq k\leqq 2$

このとき　$\dfrac{2s}{k}+\dfrac{t}{k}=1,\ \dfrac{2s}{k}\geqq 0,\ \dfrac{t}{k}\geqq 0$

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$$
$$=\frac{2s}{k}\left(\frac{k}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right)+\frac{t}{k}\left(k\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)$$ [A]

$\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}},\ \dfrac{k}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}},\ k\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ とし，k を固定すると，点 P の存在範囲は線分 CB に平行な線分 QR 上である。

ここで，$2\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ とし，k を $1\leqq k\leqq 2$ の範囲で変化させると，線分 QR は下図の線分 CB から AD まで平行に動く。

よって，点 P の存在範囲は

台形 ADBC の周および内部